

# Klausur: Grundlagen des Entscheidens I

Dozent: Eckhart Arnold  
8. Juli 2008

## 1 Aufgabe: Entscheidungen unter Unwissenheit

Lösen Sie nach der Minimax-Bedauerns-Regel. Stellen Sie dazu die Bedauernstabelle auf und geben Sie dann an, welche drei Handlungen  $A_1$ ,  $A_2$  oder  $A_3$  gewählt werden sollte.

	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$
$A_1$	3	7	500	4
$A_2$	200	100	3	50
$A_3$	150	60	2	25

## 2 Aufgabe: Entscheidungsbäume

Eine Person steht vor einem Entscheidungsproblem, das durch den Entscheidungsbaum *auf der letzten Seite* dargestellt wird:

1. Sollte die Person an dem weiter rechts liegenden der beiden Entscheidungsknoten besser „Handlung A“ oder „Handlung B“ wählen?
2. Wie groß ist der Erwartungswert von „Alternative 1“ (am ersten Entscheidungsknoten von links)?
3. Sollte die Person „Alternative 1“ oder „Alternative 2“ wählen?

(Nehmen Sie dabei an, dass die Person sich rational verhält und den Wert von zufälligen Ereignissen immer nach dem Erwartungsnutzenprinzip berechnet.)

## 3 Aufgabe: Nash-Gleichgewichte

Gegeben sei folgendes Zwei-Personen Spiel:

	$S_1$	$S_2$
$Z_1$	1, 1	2, 0
$Z_2$	0, 2	4, 4

1. Geben Sie alle *reinen* Nash-Gleichgewichte des Spiels an.

2. Berechnen Sie das *gemischte* Nash-Gleichgewicht. Geben Sie an, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Zeilenspieler im gemischten Gleichgewicht  $Z_1$  spielt, und mit welcher Wahrscheinlichkeit der Spaltenspieler im gemischten Gleichgewicht  $S_1$  spielt.

## 4 Aufgabe: Bayes'scher Lehrsatz

Ein Bergbau-Unternehmen möchte in Sibirien Gold abbauen. Experten schätzen, dass in dem dafür vorgesehenen Gebiet mit einer Wahrscheinlichkeit von **30%** reiche Goldvorkommen zu finden sind. Bevor das Unternehmen jedoch eine Abbau-Konzession von der Regierung erwirbt, hat es sich das Recht vorbehalten, Probegrabungen durchzuführen. Falls tatsächlich Goldvorkommen vorhanden sind, dann liefern die Probegrabungen mit **95%** Wahrscheinlichkeit ein positives Ergebnis. Allerdings liefern sie mit **10%** Wahrscheinlichkeit auch dann ein positives Ergebnis, wenn in Wirklichkeit kein Gold vorhanden ist.

**Aufgabe:** Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann noch davon ausgegangen werden, dass Gold vorhanden ist, wenn die Probegrabungen ein *negatives* Ergebnis liefern? Stellen Sie zur Lösung der Aufgabe die entsprechende Rechnung mit Hilfe des Bayes'schen Lehrsatzes auf, und rechnen Sie dann die Lösung aus.

## 5 Aufgabe: Beweise

1. Es seien  $x$  und  $y$  zwei Güter oder Lotterien mit  $x \not\succeq y$ . Für welche Wahrscheinlichkeit  $b$  gilt dann:  $L(a, x, y) \equiv L(b, y, x)$ ? Mit anderen Worten: Für welchen Wert von  $b$  sind die beiden Lotterien über dieselben Güter, aber in umgekehrter Reihenfolge identisch?
2. Die *Bedingung der höheren Gewinne* besagt, dass für beliebige Lotterien  $x, y$  und  $z$  und jede beliebige Wahrscheinlichkeit  $a$  gilt:  $x \succ y$  genau dann wenn  $L(a, x, z) \succ L(a, y, z)$ . (Anders gesagt: Eine Lotterie wird dann vorgezogen, wenn man mit der gleichen Wahrscheinlichkeit auf der *ersten* Stelle einen höheren Gewinn erzielen kann, sofern der Gewinn auf der zweiten Stelle derselbe ist.)

**Aufgabe:** Beweisen Sie, dass die Bedingung der höheren Gewinne auch auf der zweiten Stelle gilt, d.h. dass für beliebige Lotterien  $x, y$  und  $z$  und jede beliebige Wahrscheinlichkeit  $a$  gilt:  $x \succ y$  genau dann wenn  $L(a, z, x) \succ L(a, z, y)$ .

(Die Gültigkeit der Bedingung der höheren Gewinne auf der ersten Stelle und Ihr Ergebnis der ersten Aufgabe dürfen Sie dabei voraussetzen, aber *nicht* den Erwartungsnutzen!)

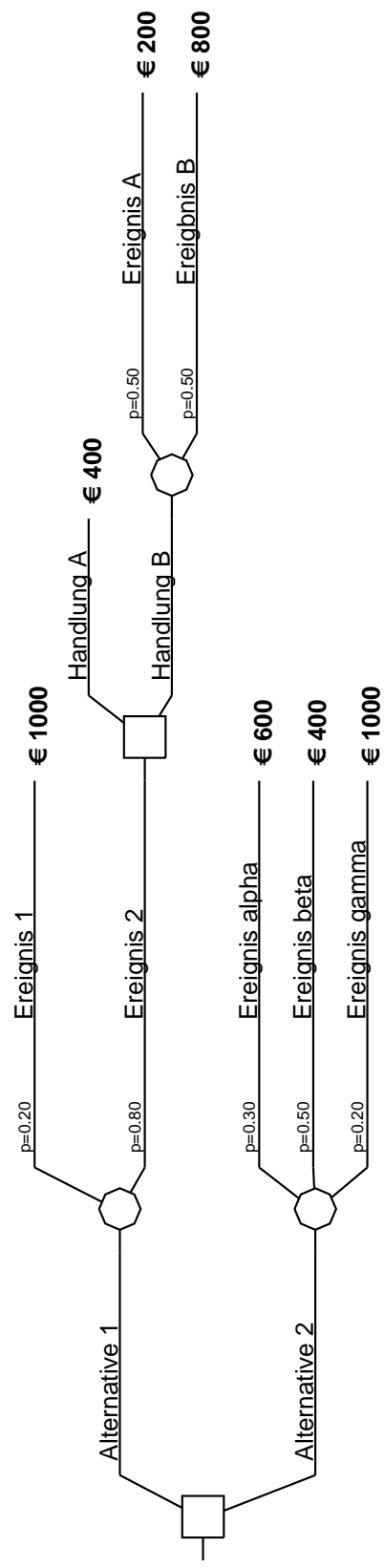


Abbildung 1: Der Entscheidungsbaum zu Aufgabe 2.